

De visie van Dicks leermeester op het wiskunde-onderwijs

P. van Ulsen

29 juni 2004

Inhoudsopgave

1 De brug tussen Dick en Beth	1
2 Beschavingswerk: Beths drijfveer tot onderwijs	2
3 Het leerproces	5
3.1 De onderwijsverstrekkers	5
3.2 De hoofdlijnen	5
3.3 Verdere leerfactoren	8
3.4 De wiskundige fasen	11
4 Beths grote liefde: commissies en organisaties	12

1 De brug tussen Dick en Beth

Dick werd in zijn jonge jaren gevormd en gestimuleerd door Evert Willem Beth. Beth was van 1946 tot aan zijn dood in 1964 hoogleraar in de ‘logica en haar geschiedenis en de filosofie der exacte wetenschappen’ aan de Universiteit van Amsterdam. Daarnaast was hij van af 1952 directeur van het ‘Instituut voor Gronslagenonderzoek en Filosofie der exacte Wetenschappen’ aan dezelfde universiteit. Aanvankelijk hadden deze twee slechts één ding gemeen: Dicks vader was een vriend van Beth en tevens diens behandelende geneesheer; Beth had vanwege zijn vele aandoeningen aan de luchtwegen veel arts nodig. Dicks vader karakteriseerde Beths aandoeningen als volgt:¹ “The background of his asthma is chronic nervous stress in a highly intelligent man who constantly produces an almost incredible amount of work.”

De Jongh senior toonde, naast zijn farmacologische en medische interessen, ook belangstelling voor wetenschapsfilosofie en had uit dien hoofde met Beth te maken. De Jongh junior zocht zijn heil aanvankelijk in de farmacologie, een belangstelling die hij te Leiden wenste uit te leven. Ook in dit opzicht volgde hij Beth na, die na

¹Verklaring D.K. de Jongh, dd. 5.XII.1951, [Tenzij anders vermeld, zijn alle in dit opstel vermelde archiefstukken afkomstig uit de E.W. Beth-collectie van het Rijksarchief te Haarlem].

een opleiding tot apothekersassistent, eveneens, zij het in Utrecht, met farmacologie begonnen was. Gelukkig is Dick, net als Beth, op deze schreden teruggekeerd om in Amsterdam het pad van Licht en Rede te zoeken: filosofie, logica en wiskunde. In de keuze van de stad verschildte hij opnieuw van Beth: deze heeft zich in Utrecht in filosofie en wiskunde bekwaamd. Methodologisch liggen de verschillende studies dicht tegen elkaar, want zoals de grote roerganger van de intuïtionistische wiskunde reeds opmerkte:² “Wiskunde is een introverte wetenschap, vloeit als zodanig ineen met wijsbegeerte, theologie en reflexieve psychologie, doch is in hogere mate dan deze constructief.” Overigens was een zekere belangstelling voor de farmacie ook Brouwer niet vreemd. Hij slaagde echter waar Beth en Dick faalden door een apotheecaresse aan de haak te slaan.³

De voornoemde studie-combinatie bracht Dick derhalve snel onder de hoede van Beth. Voorspoedig sloeg Dick zich door de studie heen om als assistent bij Beth te eindigen. In de periode van zijn assistentschap begon Dick zich te ontwikkelen als een kenner, in aanvankelijk door Beth gedragen onderzoek, van diverse logische valuaties. Deze zouden door Dick in zijn doctoraalscriptie⁴ alsook in zijn dissertatie⁵ onder Kleene verder uitgewerkt worden. Dit onderzoek werd ook geschraagd door Dicks belangstelling voor het intuïtionisme, dat in Amsterdam door Heyting en Brouwer gepredikt werd. Ook Beth werd door een dergelijke belangstelling geplaagd, alhoewel hij tot zijn einde bleef ontkennen dat hij door de door hem verfoeide idealistisch getinte achtergrond van het intuïtionisme gegrepen was.

Men kan zich afvragen in hoeverre Beth van zijn kant een bijdrage aan Dicks successtory geleverd heeft. Net zoals Dick had Beth een grote belangstelling voor het geven (op universitair niveau) van en het nadenken over onderwijs. Hoe Beth meende studenten zoals Dick in al hun levensfasen, van zuigeling tot de universiteit aan te moeten sturen, zal hier verhaald worden. Helaas is Dick aan Beths onderwijs op de middelbare school ontsnapt. Desnoods met straffe hand regeerde Beth over zijn klassen, hetgeen een leerlingetje na terging van de leraar wel eens op een bril kwam te staan vanwege een welverdiende oorvijs. Helaas was toen ook al het onderwijs behoorlijk gedegeneerd en was Beth gedwongen als een soort van nomade door Nederland van school naar school te trekken.

2 Beschavingswerk: Beths drijfveer tot onderwijs

Beth heeft zich vanaf het eerste begin in zijn loopbaan beziggehouden met alle aspecten van onderwijs. Dit deed hij zowel praktisch — eerst in het middelbaar onderwijs, later op de universiteit — alsook theoretisch.⁶ Zijn basiskennis omtrent onderwijs en

²Brief L.E.J. Brouwer – Curatoren van de Universiteit van Amsterdam, 2.IV.1948, [L.E.J. Brouwer-collectie van het Rijksarchief te Haarlem, (voorlopig nog te Utrecht)]; Met wiskunde wordt hier de zuivere wiskunde bedoelt.

³Ook Brouwers latere opvolger A.S. Troelstra had belangstelling voor kruiden evenals Troelstra's voorganger, de planten fotograferende Heyting.

⁴*Onderzoekingen over de intuïtionistische propositielogica*, 1964.

⁵(de Jongh, 1968)

⁶Op de Universiteit van Amsterdam bewoog Beth zich binnen tal van faculteiten: Wis- en Natuurkunde, Letteren en Wijsbegeerte, de Politieke en Sociale Wetenschappen en tenslotte de Centrale Interfaculteit

onderwijsmethoden heeft Beth in de dertiger jaren opgedaan. Naast onderwijs sec was hij ook onderwijs-bestuurlijk in de weer.

Een zeker idealisme was Beth niet vreemd. Het verbeteren van de mens tot een redelijk en beschaafd wezen door de toediening van de juiste informatie en denkmethoden was iets wat hem zeer ter harte ging. Hierin stond hij niet alleen. In het heden en het verleden ziet men vaker, dat logici zich een opvoedende taak voor ogen stellen. Als een vroeg voorbeeld hiervan kan de Catalaan Ramon Lull (1232-1316) genomen worden.⁷

De combinatie van onderwijs en het verbeteren van mens en maatschappij deed opgeld tijdens bijeenkomsten van significante studiegroepen, waaraan ook Beth deelnam. Het doel van een aantal bijeenkomsten was de bestudering van de geestelijke volksgezondheid en de oorzaken van massa-hysterie.⁸ Dit was natuurlijk zo vreemd nog niet na de Tweede Wereldoorlog. Bovendien paste dit binnen het raamwerk van de significante beweging: men hield er een theorie op na over de diverse gelaagdheden van taal —van omgangstaal tot wiskundige verhandelingen, met daarnaast de relatie tussen taal en sociale handelingen. Maar ook als mensen door het ondergaan van onderwijs hun leven wilden beteren, konden zij op de hulp van Beth rekenen.⁹ Elke goede logicus dient een gevangene slechtaard te hebben, die door hem op het juiste pad wordt gebracht. Vandaar ook Dicks inbreng in de masters opleiding.

Beth had belangstelling voor het onderwijs sec. Dat werd ten dele ingegeven door zijn werkzaamheden als leraar wis- en natuurkunde aan diverse inrichtingen van middelbaar onderwijs. Van het geven van onderwijs is het een korte weg naar het bestuderen van de te hanteren methoden en de te stellen doelen. Hier niet van los te zien zijn problemen, die samenhangen met Beths universitaire vakgebied en het opnemen van kennis: lerende automaten en automatisch bewijzen. Voor de vraag naar menselijke kennisopname (i,h,b, kinderen) kon men in Genève bij J. Piaget terecht. Voor automatisch bewijzen, lerende automaten en de relatie tussen taal en logica was het voor Beth mogelijk om zelf door een contract met Euratom met een groep mensen daaraan te gaan werken. Ook Dick heeft hieraan deelgenomen: naast zijn werk over valuaties produceerde hij samen met H. Kamp een automatische tester voor propositionele intuïtionistische logica,¹⁰

(wijsbegeerte).

⁷Het voorbeeld van Lullus is aan Beth ontleend. Lullus trachtte een 'mechanische' bewijsmethode te ontwikkelen en ging daarmee in Noord-Afrika op reis om de verdwaasde volgelingen van de valse profeet, op het pad van Licht en Rede te brengen. Helaas voor hem was in die tijd niet iedereen gevoelig voor argumenten en werden onenigheden op een meer fysieke manier beslecht.

⁸Het 'Studiegenootschap voor psychische massahygiëne' werd o.a. aangevoerd door David van Dantzig. Het genootschap presenteerde zich dienaangaande op het 'International Congress on Mental Health' (Londen, 12 – 21 augustus 1948).

⁹Een voorbeeld is een gevangene, Ullmann, die in de penitaire inrichting te Scheveningen door het lezen van Beth (1951) in aanraking was gekomen met de logica en daarmee genas van slechte denkbeelden. Ullmann bleek later als Duitser – en SS-er – met oorlogsverleden in de penitaire inrichting te Scheveningen geplaatst te zijn en moest later zelfs naar de strafinrichting te Breda. Door Elseviers Weekblad kwam hij met Beth in contact (Brief Elseviers Weekblad – Beth, 25.IV.1951). Beth stuurde hem enkele logicaboekjes van eigen hand. Brieven A. Ullmann – Beth, 4.V.1951, 7.VIII.1951, 1.XI.1951; brieven Beth – Ullmann, 26.V.1951, 18.X.1951, 6.XII.1951. Ullmann schreef overigens zijn vroegere eigenaardige denkbeelden deels op conto van het door hem gevolgde niet kritische onderwijs: het klassiek gymnasium. Gelukkig is dit Beth bespaard gebleven door het behalen van een fatsoenlijk HBS-B-diploma.

¹⁰D.H.J. de Jongh, H. Kamp, *LISP-Algol-programma voor de intuïtionistische propositielogica*, R1014

Met zijn denkbeelden over onderwijs bewoog Beth zich ergens in het didactische spectrum, waarvan de beide uiterste waarden gevormd worden door enerzijds discontinuïteit en anderzijds continuïteit. Bij discontinuïteit in het onderwijs gaat men er van uit dat men om te leren en om te begrijpen eerst dient te vergeten. De onderwijsgeven- de dient derhalve een milieu- en cultuurschok te veroorzaken. Daarna gaat de zweep er over. Aan deze onaangename methode zal hier samen met Beth maar snel worden voorbijgaan. Derhalve nu over naar het andere kant van het spectrum. Daar vinden wij de methode van de continuïteit, de didactiek van deze tijd, die volgens Beth (1958) gekenmerkt wordt door:

- ”1. Op algemene gronden van menslievendheid dient men de leerling zoveel mogelijk tegen onaangename ondervindingen te beschermen.
2. Een geweldadige ingreep in het natuurlijke rijpingsproces kan leiden tot ontwikkelings- stoornissen.
3. De wetenschap is een voortbrengsel van de menselijke geest en moet dus voor de leerling zonder overmatige inspanning verteerbaar zijn, indien zij hem maar op het juiste tijdstip en in een passende vorm wordt ‘aangeboden’.”

De vraag blijft wat Beth werkelijk over onderwijs dacht. Er zal nu een opsomming geven worden van wat daartoe te bekijken valt.

- o De verhouding van de wiskundige tot de niet wiskundig geschoolde pedagogen en psychologen.
- o Het soort wiskunde, dat men aan jeugdigen van een bepaalde leeftijd en talent moet en kan toedienen.
- o De psychische factoren, die een rol kunnen spelen bij het bevatten van een be- paald soort wiskunde en op welke leeftijd deze factoren zich kunnen voordoen.
- o De vorm, waarin men de te onderwijzen wiskunde giet. Hieronder vallen de formalismen, het abstractieniveau, de praktische bruikbaarheid.
- o Het bewerkstelligen van de juiste ontvankelijkheid voor het opnemen van wis- kunde.
- o Het verweven van een ideologie met de onderwijsstof.

De laatste kwestie kan hier meteen afgehandeld worden. Beth zag weinig heil in het geven van ideologisch gekleurd wiskunde-onderwijs. Een sprekend voorbeeld hiervan is het rekenen in het lager onderwijs met gebruikmaking van een aan Hegel ontleende terminologie door Bouman en van der Zalm.¹¹ Men kan zich afvragen wat men met het intuïtionisme aan zou moeten. De filosofische achtergrond van het intuïtionisme leent zich zeker niet om in schoolboeken te gebruiken. Anders dan bij het zinloze Hegelianisme omvat het het intuïtionisme meer dan dat, maar is dat qua niveau wellicht ongeschikt om er al te vroeg mee te starten. Beter kan men zonder Hegel of Brouwer aan de hand van Freudenthal naar de bakker gaan om het in stukken snijden van taarten te bestuderen.

codenr. JON 260364/7266; en idem, R1057 codenr. JON 260364/8615.

¹¹(Bouman & van der Zalm, 1922). Voor de afrekening hiermee, zie in de eerste plaats Mannoury’s zeer venijnige, maar ook Beths meer zakelijke recensies.

3 Het leerproces

3.1 De onderwijsverstrekkers.

Over psychologen en didactici had Beth een tweeledig standpunt.¹² Met hun raadgevingen over de inhoudelijke kant van het wiskunde-onderwijs had Beth niet veel op; zij staan te ver af van wiskunde en het onderwijs daarvan. Iets anders is volgens Beth het toepassen van denkbeelden uit de psychologie op het wiskunde-onderwijs door wiskundeleraren. Volgens Beth zijn pedagogen en psychologen met hun waarnemingen alleen kennis aanvullend en hun oordeel heeft men te zien als advies. Duidelijk kwam dit naar voren in Beth (1939/40), maar ook in zijn commentaar op de denkbeelden van J. Waterink.¹³

Vaak wordt er nadruk gelegd op vergroting van de onderwijskundige productie. Hierbij worden veelal tegelijk onderwijsmethoden naar voren geschoven alsook aanbevelingen van pedagogen. De aanpassing van de te behandelen stof aan de kinderen, die deze hebben te verwerken, vormt dan een belangrijk aspect. Beroepsdidactici hebben al te zeer de neiging hier toe over te willen gaan. Deze neiging wordt dan eens te meer versterkt als het om zwakkere leerlingen gaat: ook dezen moet het nodige worden bijgebracht. Het succes van een onderwijsmethode wordt bovendien vaak afgemeten naar het succes dat men ermee heeft op een zo groot mogelijke groep mensen, dus ook op de zwakkere leerlingen. Dit was niet naar de zin van Beth. Hij was geen voorstander van het handhaven van een onmogelijk strengheidspeil. Wel moet het onderwijs echt wiskundig zijn, een op jeugdige leeftijd bijgebrachte lakse werkwijze valt later moeilijk af te leren. Hiermee wilde hij geledingen in het onderwijs aanbrengen naar meer en minder getalenteerden. Het aanbevelen van een eenheidsworst lag niet op zijn weg. Een vraag is derhalve of men de invloed van didactici en pedagogen moet zien in te perken. In sommige landen heeft men een (te) grote invloed van pedagogen en didactici. Een sprekend voorbeeld hiervan vormden volgens Beth de Verenigde Staten.¹⁴

3.2 De hoofdlijnen

Men kan voor het leerproces uit Beth twee hoofdlijnen peuren. Eén hoofdlijn is die van de leeftijd — dit werd al vóór de Tweede Wereldoorlog door Beth bekeken — de andere hoofdlijn wordt gevormd door het leerproces zelf (invariant ten opzichte van leeftijd). In de latere geschriften van Beth over het leerproces zijn zo nu en dan overname van ideeën van J. Piaget te vinden.

¹²Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951; en (Beth, 1939/40) De diverse opmerkingen in de correspondentie met S.J. Geursen houden verband met diens naar Beth om commentaar opgezonden onderwijskundige monografie S.J. Geursen, H. Turkstra, *Werkschrift vlakke meetkunde*, I, II, III.

¹³Waterink, zoals in *Verslag van het Vijfde Nederlandse Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen*, (gehouden 28 maart 1940 te Amsterdam), Groningen, 1940, pp. 5–14.

¹⁴Brief Beth – E.M. Buter, 31.I.1961. De grote invloed van pedagogen en didactici in de Verenigde Staten schreef Beth toe aan de talrijke immigratiegolven. Daar had men te maken met mensen met een vaak zeer geringe ontwikkeling, en als zij die ontwikkeling wel hadden was deze in vele gevallen in het nieuwe land niet ter zake doende. De opvoeding der kinderen lag dan eens zo zwaar in handen van de school. Het onderwijzend personeel was voor deze taak niet voldoende geschoold. Derhalve had men om deze situatie te boven te komen meer toezicht van boven en richtlijnen nodig. Dit werkte de invloed van pedagogen in de hand. De correspondentie met Buter was naar aanleiding van diens dissertatie Buter (1963).

Leeftijd. Beth onderscheidde in eerste aanleg een drietal fasen (naar leeftijd) binnen de ontwikkeling van de intelligentie. In aansluiting op de significant Mannoury wordt dit door Beth (1937/38) verwoord als een lopen van emotioneel naar indicatief taalgebruik. In de eerste twee fasen heeft men nog niet de mogelijkheden om met afzien van de visuele en andere oriëntaties tot louter logisch redeneren te komen — pas in de derde fase kan dit wel. De tweede fase geeft de mogelijkheid tot tellen. Dit is een vrij eenvoudige operationele bezigheid. In dit opzicht verschilt het duidelijk van het meetkunde-onderwijs zoals gegeven in de dertiger jaren. Vanaf de derde fase begint het voor Beth interessant te worden, want met de derde fase begint het middelbare onderwijs.

Volgens Beth is men op de leeftijd van 12 tot 14 jaar vooral gericht op een formele en abstracte werkwijze.¹⁵ Daar kan men dan het programma op afstellen. Een empirische werkwijze — en daarmee wordt niet de empirische wiskunde als ‘nulle fase’ bedoeld, zoals nog te bespreken — komt pas later naar boven, moeilijkheden bij het natuurkunde-onderwijs in lagere klassen wijzen hierop: ¹⁶ “Dat het schijnbaar anders is, komt door de te geringe taalbeheersing van de leerlingen.” Overigens was Beth in 1940 de mening toegedaan, dat: ¹⁷ “Logisch denken en de beheersing van de taal zijn naar mijn mening niet te scheiden; [...] dat voor mij taalbeheersing iets geheel anders is dan eloquentie.”

Invarianten. Piaget gaat er volgens Beth van uit dat voor alle leertrajecten men twee fasen heeft: een stabiele fase en een labiele overgangsfase. De leerfase is de labiele overgangsfase, men probeert iets te bemeesteren (leren rekenen). Zo gauw men dit achter de rug heeft zit men in een stabiele evenwichtstoestand. Bepaalde vaardigheden zijn nu operationeel geworden (het kunnen rekenen). De stabiele fase geeft een adempauze voor het invoeren van een volgende handigheid. Binnen het voor een stabiele fase bereikte wiskundegebied is men bezig om de daar geldende wetmatigheden netjes te ontwikkelen. Door de stabiele fasen sterk in te korten krijgt men dat de beheersing van de stof binnen een dergelijke fase toch niet voldoende beklijft. Dit is nu een punt waar het volgens Beth mis kan gaan door besnoeiingen binnen het wiskundig onderwijsaanbod. Uit een oogpunt van abstracte axiomatiek heeft men daarentegen niet zo sterk te maken met het onderwijskundig opeenvolgen van bepaalde onderdelen uit de wiskunde. Dan is het ongestraft mogelijk iets weg te laten. Uit onderwijskundig oogpunt echter niet: ¹⁸ “Men zal derhalve de naïeve wiskunde niet onbepikt kunnen besnoeien en men zal de kritische wiskunde zeker niet ongestraft kunnen ‘overslaan’”. Een en ander stemt mij skeptisch ten aanzien van het welslagen van de geruchtmake-pogingen, de verzamelingenleer in te voeren bij het kleuteronderwijs.”¹⁹ Voor het

¹⁵Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951.

¹⁶Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951.

¹⁷Brief Beth – J. Waterink, (Amersfoort), 29.III.1940. Citaat n.a.v. een opmerking door J. Spijkerboer. Tijdens de jaren vóór de Tweede Wereldoorlog bestond bij sommige wiskundeleraren een onderscheid tussen psychologische en logische onderwijsverstreking. Hiermee bedoelden zij dat men in het ene geval (psychologisch) meer aan de leerlingen tegemoet moest komen dan in het andere geval (logisch). Voor een verheldering in deze begrippen, zie H.J.E. Beth (1934/35).

¹⁸(Beth, 1962/63).

¹⁹Ten onrechte suggereerde Freudenthal (1987) dat het Beth bij het wiskunde-onderwijs er vooral om te doen was om snel tot logica en formalisering te komen.

intuitionisme kan natuurlijk de axiomatic worden overgeslagen:²⁰ “In antwoord op je brief van 19 dezer zou ik je willen doen opmerken, dat het intuitionisme geen axioma’s erkent, ze dus ook nimmer gebruikt, in het bijzonder dus het comprehensie-axioma nimmer gebruikt [...]”

Piaget. De houding van Beth tegenover de bezigheden van Piaget was, zeker in het begin, ambivalent. Al een aantal keren had Piaget de hoon van logici over zich heen gehaald. Ook Beth stond gereserveerd tegenover Piagets ideeën. Beth liet scherpe kritiek op Piaget horen in diverse recensies. Hierdoor is Beth met Piaget persoonlijk in aanraking gekomen. Uit de reacties van Piaget op Beths kritiek ontspon zich langzamerhand een intensievere omgang tussen beiden. In 1956 kreeg Beth de eerste uitnodiging de symposia van Piaget in Genève bij te wonen; dit verliep voor Beth prettig: “In fact, Piaget then proposed we write together a book on ‘La logique formelle et la pensée réelle’. By now, I have completed my part and Piaget is now preparing his.”

Niet iedereen was het met Beths aanvankelijke kritiek op Piaget eens. Er waren ook positieve geluiden te bespeuren: G. Mannoury was overtuigd van de kundigheden van Piaget, die in de loop der tijden lezingen voor de significante zomerconferenties gehouden heeft, zoals tijdens de zesde significante studiedagen op 1 – 5 september 1950 te ’s Graveland met de lezing ‘Méthode operationelle et méthode axiomatique’. Op een volgens Mannoury te scherpe bespreking door Beth van het werk van Piaget merkte hij op:²¹ “Ik zie in Piaget een van degenen, die de kernvraagstukken van alle grondslagenonderzoek het dichtst benaderen, en ik hoop dat hij nog eens gelegenheid zal hebben op de destijds zo uiterst scherp door hem geformuleerde onderscheiding van ‘abstraction à partir de l’objet’ en ‘abstraction à partir de l’action’ uit psychologisch oogpunt nader in te gaan, een taak, waartoe juist hij krachtens zijn helder inzicht in de kinderpsychologie bij uitstek berekend is.”

Over de door Piaget georganiseerde colloquia in Genève was Beth zeer te spreken. Hierdoor ging Beth om met Piaget en de om Piaget gegroepeerde onderzoekers. De groep wetenschappers wisselde veelvuldig, en er waren altijd wel mensen om een goed gesprek mee te voeren. Bovendien waren er voor Beth nog twee redenen:²² “In addition my position may somewhat differ from yours [Quine], as for several years I have been active in the domain of theoretical psychology.”, en “Certainly I see no ethical obligation to dissociate myself. There are always in Piaget’s own group several people who share our objections to his [Piaget] views on logic These objections are frankly stated and freely discussed. The scientific atmosphere has always impressed me as a very healthy one.” En tenslotte is het volgens Beth aangenaam toeven in Genève.

Men moet van een schriftelijke neerslag van Beths belangstelling voor het werk van Piaget zich niet te veel voorstellen. Beth beleed met zijn mond veelvuldig de geneugten, die men van de zijde van Piaget deelachtig kon worden, maar hiervan is in Beths wetenschappelijk werk weinig te merken. Deze tweeslachtigheid zette zich voort in hun gezamenlijke boek Beth & Piaget (1961). Dit boek bestaat uit twee delen en had eigenlijk net zo goed in twee boeken uiteen kunnen vallen. Het deel van Beth gaf een

²⁰Brief L.E.J. Brouwer – D. van Dantzig, 21.VIII.1947, (Blaricum), [Brouwer-archief].

²¹Brief G. Mannoury – Beth, 15.IV.1950, (Amsterdam).

²²Brief Beth – W.V.O. Quine, 3.III.1960.

systematisch overzicht van zekere delen uit de logica tezamen met zijn tableaux. Wel was Beth van mening dat ‘denkpsychologie’ nauw verbonden is met zijn tableaux. Dit onderwerp is echter niet voldoende door hem in het voornoemde boek uitgewerkt. Het andere deel bestaat uit het werk van Piaget. De kritiek op Piagets deel in Mendelson (1969) was lang niet mals. Deze vond dat in het algemeen het door Piaget ten toon gespreide werk, en in het bijzonder Piagets bijdrage aan dit gezamenlijke werk met Beth, niet berusten op experimenteel verkregen gegevens. Nergens worden herhaalbare experimenten beschreven. Bovendien, als men het geheel vanuit een theoretisch kader bekijkt en de experimenten terzijde laat, kenmerkt Piagets deel zich door onduidelijkheid. Begrippen en definities worden niet duidelijk en afgegrensd gegeven. Ook wetenschapsfilosofisch vond Mendelson Piagets werk volstrekt onvoldoende.

Voor Piagets logica past het om W.V. Quine te citeren:²³ “[T]he misgivings induced by Piaget’s persistent and evidently incorrigible stupidity over matters of logic.” Voor de logica stemde Beth hiermee in:²⁴ “I certainly do not agree with Piaget’s views on logic. He continues the traditional French doctrine that logic is a kind of more refined psychology of thought.” Later vond Beth evenwel dat Piaget in recensies door andere logici te hard werd aangepakt. Dit zou bij Franstaligen wellicht een nog sterker zich van de logica afschuiven ten gevolge kunnen hebben.²⁵ Er waren volgens Beth ook nog wel goede kanten aan Piaget:²⁶ “But he is unique in two respects, namely, 1. that he substitutes mathematical logic for traditional logic, and 2. that his conceptions and experiments in the field of psychology are really interesting.”

3.3 Verdere leerfactoren

Naast beide voornoemde hoofdlijnen zijn er andere, het leerproces beïnvloedende factoren. Hieronder vallen het het nut van het memoriseren, de zelfwerkzaamheid — waaronder het maken van opgaven — de visuele voorstelling en het vermogen tot redeneren. Niet voor alle aspecten had Beth een mening klaar, maar toch kan zo her en der in correspondentie en artikelen wat gevonden worden. Wel zijn er hier twee paradepaardjes van Beth onder te vinden:

- a. De ruimtelijke aanschouwing en ruimtelijke intuïtie.
- b. De rol van logica en taal en de onderlinge verhouding tussen deze twee.

Taal. Door taal moet de overdracht van problemen plaatsvinden. Deze factor heeft dus grote betekenis. Moet men bij het geven van wiskunde-onderwijs zich aanpassen

²³Brief W.V. Quine – Beth, 26.II.1960, (Cambridge, Mass.). Quine had een uitnodiging van Piaget gekregen om één van zijn colloquia bij te komen wonen. Het vervolg van het citaat is: “Originally, because of this, I declined to lend my name to the board of his Etudes. When I finally acceded it was because I found myself somewhat reassured by the level of contributions by Apostel, Mandelbrot, and others. But I must say that the level seems to dip each time that the master’s ideas are invoked; later evidence has left me appalled anew.” Er zijn ook goede kanten om in Genève op te zitten: een logicus heeft, althans in die tijd, toch nog enigzins de gedachte de medemens te willen verheffen. Quine vervolgt dus: “Will you be there? Do you really feel we can do some good — but not in teaching Piaget, certainly, but in collaborating with the group? Or would it be more ethical to dissociate oneself? My decision will depend very much on your impression.”

²⁴Brief Beth – W.V. Quine, 3.III.1960. Volgens deze brief was Beth wel van plan naar Genève te gaan.

²⁵Of dit laatste het geval was kan ik niet beoordelen. Wel werd het een onderdeel van de zich ontwikkelende onenigheid tussen Beth en Church met betrekking tot het redactiebeleid van de *JSL*.

²⁶Brief Beth – W.V. Quine, 3.III.1960.

aan de taal van het kind of niet? Volgens Beth is: ²⁷ “De wiskundige taal een integreerend deel van de wiskunde, ze dankt haar bestaan aan het feit, dat men in de gewone taal de wiskunde niet op adequate wijze kan uitdrukken. Daarom moet de leerling van den beginne aan de wiskundige taal (actief en passief) leren gebruiken.”

Volgens Beth (1937/38) valt als volgt het gebruik van het redeneren te plaatsen: “[I]mmers, het logische denken en redeneren is, zoals reeds werd uiteengezet, een verschijnsel van maatschappelijke, niet van individueel-psychologische aard. [...] Het formeel logische redeneren berust op een (zoals bekend, in hoge mate onvolledig) parallelisme tussen de regelmatigheden in het denken en die in het spreken.”

Bij de te gebruiken taal in het wiskunde-onderwijs moet men toch wel een zekere voorzichtigheid in acht nemen. Maar al te snel brengt men leerlingen op verkeerde voorstellingen, en deze zijn later moeilijk te verwijderen. Een voorbeeld hiervan is de opmerking van Beth betreffende het gebruik van het woord ‘willekeurig’ tijdens zijn bewerking van Tarski (1946).²⁸ Beth was niet tegen het gebruik van het woord ‘willekeurig’ zoals in Tarski’s ‘Als K en L zijn twee willekeurige klassen’,²⁹ maar vond het didactisch niet juist. Maar al te vaak denkt men dat, als iets als willekeurig gekarakteriseerd wordt, men dan de bijzondere gevallen niet mee mag rekenen. Een voorbeeld is de willekeurige driehoek. De leerlingen denken dan dat er gesproken wordt over alle driehoeken minus de rechthoekige, de gelijkbenige etc., hetgeen toch de bedoeling niet kan zijn.

Voor de intuïtionist ligt de zaak enigzins anders: ³⁰ “De intuïtionistische wiskunde bezit volmaakte precisie, de intuïtionistische taal daarentegen is in essentie vaag en feilbaar; in verschillende milieu’s, in verschillende tijden kunnen verschillende intuïtionistische talen bruikbaarheidsvoorkeur verwerven; van alle termen van die talen zal steeds kunnen worden gezegd, dat ze ‘precisering behoeven’.”

Visuele voorstelling. Beth was er op tegen om de betekenis van het visuele al te zeer te benadrukken. Het ontbreken van ruimtelijke voorstellingen kan volgens hem bij vele leerlingen worden opgevangen door een goed vermogen tot redeneren. Deze voorstelling van zaken door Beth is zo vreemd niet, indien men zijn dissertatie³¹ en enkele andere artikelen in ogenschouw neemt. Hierin ging Beth ook in tegen opvattingen zoals verkondigd door J. Waterink. Waterink kende belang toe aan het meer aanschouwelijk inleidend onderwijs geven in geval van gebrekkige ruimtelijke voorstelling. Beth had hier zo zijn twijfels over. Volgens hem ontwikkelt men het ruimtelijke voorstellingsvermogen meer door lessen in tekenen, lichaamsoefening en handenarbeid dan door aanschouwelijk wiskunde-onderwijs. Bovendien kan men er op wijzen dat bepaalde problemen, die door de ene leerling langs een aanschouwelijke weg benaderd worden, door een andere leerling door middel van abstractere methoden bemeesterd worden: ³² “Wanneer veel leerlingen struikelen door een gemis aan visueel inzicht, dan wijst dit m.i. op een methode van onderwijs, die zich te sterk aan visuele gegevens oriënteert.” Bovendien krijgt men bij een teveel op aanschouwelijke voorstellingen gebaseerd on-

²⁷Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951.

²⁸Brief Beth – A. Tarski, 16.II.1953.

²⁹Zoals in Tarski (1946, p. 76)

³⁰Brief L.E.J. Brouwer – D. van Dantzig, 21.VIII.1947, (Blaricum), [Brouwer-archief].

³¹(Beth, 1935)

³²Brief. Beth – J. Waterink, Amersfoort, 29.III.1940.

derwijs dat ook leerlingen met een goed ruimtelijk inzicht dit ook gewoontegetrouw op punten willen toepassen waar het van weinig nut is. Bij technisch onderwijs liggen de zaken volgens Beth wellicht anders. Het technisch onderwijs, maar ook de ingenieursstudie trekt volgens Beth mensen met een behoorlijke ruimtelijke intuïtie aan.³³

Kan men zich van de aanschouwelijkheid losmaken? Dit is van belang voor doorredeneren binnen onderdelen van wiskunde waar men met ruimtelijke aanschouwelijkheid begint en daar verder ‘bovenuit’ gaat, en voor zekere takken van wiskunde in hun geheel. Volgens Beth kan dit ook voor een beroepswiskundige (of student in de wiskunde) tot moeilijkheden leiden, maar dit valt te bestrijden op de volgende wijze:³⁴

1. Het gebruik van een geformaliseerde taal, waardoor de bij de gewone meetkundige termen bestaande associaties met bepaalde voorstellingen althans verzwakt worden.
2. De constructie van arithmetische voorstellingen voor de meetkunde.
3. De studie van meer abstract wiskundige theorieën, waarbij de geassocieerde aanschouwelijke voorstellingen zwakker en vooral minder specifiek zijn.”

Meetkunde en redeneren. Twee onderwerpen hebben zich in Beths onderwijskundige belangstelling i.h.b. mogen zonnen: de meetkunde en het redeneren.

Meetkunde-onderwijs verschilt in een belangrijk opzicht van taalonderwijs. Doorredeneren heeft binnen de meetkunde zin, bij taalonderwijs heeft men dermate te maken met binnen talen ingebakken onregelmatigheden dat doorredeneren geen zin heeft, jazelfs afgestraft wordt.³⁵

Het meetkunde-onderwijs strekt volgens Beth verder, naast de kennis van de meetkunde, tot een algemene intellectuele vorming. Men leert zich oriënteren, ordenen (hoofd- van bijzaken onderscheiden), combineren, logisch redeneren, taalbeheersing (nauwkeurig de gevolgde gedachtengang leren formuleren) en generaliseren. Daarnaast kweekt men concentratievermogen, psychisch evenwicht, ethische en esthetische waarden. Onder ethische waarden kan men verstaan zelftucht, verantwoording nemen en verantwoording afleggen voor gedane uitspraken en intellectuele eerlijkheid. Tenslotte de esthetische waarden: die liggen in de bevrediging, die men verkrijgt uit het ‘zo fraaie bouwwerk’ van de meetkunde.³⁶

Zelfwerkzaamheid. Dit wordt vaak gekoppeld aan een bepaald schooltype. De zelfwerkzaamheid is soms verbonden aan een bepaalde manier om de kinderen op te voeden, of is soms wat praktischer aan de te behalen opbrengst van een zeker lesprogramma vastgehaakt. Wat voor vraagstukken moet men de leerlingen voorleggen? Volgens Beth mogen er best moeilijke bij zijn. Deze worden dan wel door de besten opgelost, maar ook de anderen leren daarvan doordat men (hopelijk) toch verschillende pogingen doet en daarna een bespreking heeft te volgen over de diverse oplossingsmethoden. Men kan onder de zelfwerkzaamheid ook de inbreng door de leerlingen zelf

³³Verder materiaal uit: manuscript E.W. Beth, ‘Prof.Dr. J. Waterink over het onderwijs in de wiskunde op de middelbare school’, 3 pp.; n.a.v. de lezing door J. Waterink tijdens het Vijfde Nederlandse Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen (28 maart 1940, Amsterdam), zie *Verlag van het Vijfde Nederlandse Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen*, Groningen-Batavia, 1940, pp. 5–14.

³⁴Brief Beth – L.N.J. Bunt, 11.X.1954. De brief was naar aanleiding van het uitkomen van het schoolboek Bunt (1954); en naar aanleiding van Bunts werkzaamheden voor de onderwijscommissie.

³⁵(Beth, 1937/38).

³⁶(Beth, 1937/38).

verstaan. Hebben zij met betrekking tot de lesstof vragen, voorstellen? Dit lijkt vanzelfsprekend, en was dit volgens Beth in Nederland ook, maar in sommige buitenlanden van vóór de Tweede Wereldoorlog lag deze zaak wel eens anders.³⁷

Memoriserend vermogen. Kan of moet men van het memoriserend vermogen ten bate van het wiskunde-onderwijs gebruik maken? Het van buiten laten leren was een werkwijze waar Beth niet veel heil in zag.³⁸ In tweeërlei opzicht had Beth hier bezwaar tegen. Men verengt het gezichtspunt van de leerling tot wat er van buiten geleerd moet worden. Bovendien zal het onopzettelijk onthouden hierdoor tegengewerkt worden, en dit zowel als discipline en geestelijk werktuig alsook als praktisch van wat men wil dat de leerling ook meeneemt. In beide gevallen wordt het rendement van het onderwijs minder. Als men de leerlingen stellingen van buiten laat leren heeft men bovendien te maken met de vorm waarin deze gegoten zijn. Als men iets in de zieltjes van de leerlingen graveert, laat het dan ook onberispelijk zijn. Men kan hier bij monde van S.J. Geursen tegen inbrengen dat het van buiten leren toch in het begin leerlingen over moeilijke punten heen kan helpen.³⁹ Een bepaalde zekerheid wordt hen gegeven en zij wennen, zeker in lagere klassen, gedwongen aan een bepaald (in casu het wiskundige) taalgebruik.

3.4 De wiskundige fasen

Beth onderscheidde binnen de ontwikkeling van het wiskundige denken drie fasen, waaraan een nulde fase vooraf gaat:

0. Empirische wiskunde
1. Naïeve wiskunde
2. Kritische wiskunde
3. Abstracte wiskunde

De nulde fase bestaat uit de empirische wiskunde (de taarten snijdende Freudenthal). Voor Beth speelt deze niet zo een grote rol, daar dit onder het lager onderwijs valt. De naïve wiskunde heeft een aanschouwelijk en elementair karakter. Hier heeft men geen strenge bewijsvoering en ook geen erg exacte begripsvorming. Een voorbeeld van deze fase is de euclidische meetkunde. De kritische wiskunde vertoont een meer exacte begripsvorming tezamen met een minder elementair karakter van de stof; een voorbeeld

³⁷Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951. ‘Vraag en antwoord’: in dit verband kan Beth (1939/40, p. 9–10) aangehaald worden. Hier ging Beth in op de toestand in Duitsland aan de hand van E.R. Jaensch en F. Althoff. Beth had in die tijd waardering voor het onderwijskundig werk van deze typenpsychologen: “Zó schreef ik, toen ik dit Rapport ontwierp! Ik acht mij gelukkig, dat ik toch een publicatie van groter gewicht kan bespreken, die verscheen, toen ik reeds met de definitieve formulering was begonnen. Het is E.R. Jaensch und Fritz Althoff, *Mathematisches Denken und Seelenform*, Leipzig 1939. [...] Verschillende Duitse wiskundigen en een aantal jeugdige proefpersonen worden op deze wijze in verschillende typen ondergebracht. Uit de verkregen resultaten worden dan verschillende conclusies met betrekking tot het wiskunde-onderwijs getrokken.”

Deze typenpsychologie werd door hen, in nationaal-socialistisch Duitsland, gebruikt om een volkseigene wiskunde aan te bevelen en de formele wiskunde (en zeker de logica) met zijn beoefenaren te desavoueren wegens gebrek juist aan volkseigene elementen. Niet-duitse (joodse) en formalistische getinte wiskunde moest worden weggewerkt. Met dit soort denkbeelden had Beth overigens niets van doen.

³⁸Brief Beth – S.J. Geursen, 13.VIII.1951.

³⁹Brief S.J. Geursen – Beth, 25.X.1951, (Tiel).

wordt gevormd door de infinitesimaalrekening. In de abstracte wiskunde kent men een strengere bewijsvoering en exactere begripsvorming. De aanschouwelijkheid is geen pré meer, het streven naar unificatie heeft toegeslagen (topologie, formele algebra en, maar niet in de eerste plaats, de axiomatische verzamelingenleer).

In het onderwijs kan men volgens Beth niet het één geven met verwaarlozing van het ander. In Nederland liep men met betrekking tot de invoer van de kritische wiskunde bij Duitsland (F. Klein) en Frankrijk (E. Borel) ten achter. Pas rond 1925 ging men het met de commissie [H.J.E.] Beth in deze richting zoeken. In de beide andere landen was dit al rond 1900 gebeurd. Helaas was de praktische uitwerking van de voorstellen van de commissie Beth gering. Men kwam uit op een ten opzichte van de commissie-Beth verwaterd 'Leerplan 1937'. Na de Tweede Wereldoorlog volgde de leerplan commissie 1954 van Wimecos met als eindresultaat het 'Leerplan 1958'.

E.W. Beth stond kritisch tegenover de herziening van het leerplan voor het middelbaar onderwijs uit 1958. Hier had men een besnoeiing van de naïeve ten voordele van de kritische en de nu pas ingevoerde abstracte wiskunde. Volgens Beth betekende dit een stap achteruit. Zijn voorstel in Beth (1962/63) voor het middelbaar onderwijs lag in de lijn van eerst drie jaar naïeve, twee jaar kritische en tenslotte één jaar abstracte wiskunde. Door Beth werd al een voorstel gedaan op dat laatste punt binnen het middelbaar onderwijs de wiskunde te splitsen in wiskunde voor toekomstige wiskundigen en in die voor andere exacte vakkers. Een vraag blijft bij deze voorstellen in Beth (1962/63) of men binnen het middelbaar onderwijs na de eerste twee fasen wel genoeg wiskundig materiaal tot zijn beschikking heeft om met enig nut de abstractere variant te gaan bestuderen.

4 Beths grote liefde: commissies en organisaties

Gezien de vele commissies waarin Dick zitting had en de vele malen dat hij voor de poorten van de faculteitskamer bivakerend werd aangetroffen, kan men afleiden dat hij een grote voorliefde voor dergelijke werkzaamheden heeft. Ook in dit opzicht is Dick het evenbeeld van de commissietijger Beth. Beth zou geen goede zoon van zijn vader geweest zijn, indien hij niet in diverse onderwijscommissies gezeten had. H.J.E. Beth schreef al jaren over zijn onderwijskundige denkbeelden over het onderwijs in de wiskunde en mechanica in o.a. het blad *Euclides*. Zijn grootste inspanning hiertoe bestond uit zijn werk voor de op het verzoek van het College van Inspecteurs bij het Middelbaar Onderwijs ingestelde commissie⁴⁰ voor het ontwerp van een leerplan voor het onderwijs in wiskunde, mechanica en kosmografie op de Hogere Burger [H.B.] Scholen met vijfjarige cursus.

E.W. Beth volgde met onderwijskundige geschriften in de jaren dertig. Na de Tweede Wereldoorlog brak er een nieuwe tijd aan. De veertiger jaren werden nog opgevuld

⁴⁰H.J.E. Beth (voorzitter), J. van Andel, P. Cramer, E.J. Dijksterhuis (secretaris), Ontwerp van een leerplan voor het onderwijs in wiskunde, mechanica en kosmografie op de H.B. Scholen met vijfjarige cursus, Bijvoegsel van *Het nieuw tijdschrift voor wiskunde gewijd aan onderwijsbelangen* 2 (1925/26), 113-139 [vanaf 1927/28 zich noemend *Euclides, tijdschrift voor de didactiek der exacte vakken*. *Euclides* 1927/28 noemde zich dan ook jaargang 4]. Verwar dit tijdschrift niet met 'Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde' dat gericht was op studenten voor de vele akten in de wiskunde, die Nederland indertijd rijk was.

met onderwijs volgens de vooroorlogse mores. Tijdens de problemen van een wederopbouw is er meestal niet zoveel tijd tot experimenteren. In de vijftiger jaren lag dit anders. Reorganisatie van het onderwijs en leerstof gingen een rol spelen. Ook E.W. Beth deed mee. Men vond dat hij vóór de oorlog op dit terrein al het nodige gedaan had, bovendien had hij door zijn werkzaamheden voor wetenschapsfilosofische organisaties een goede kennis verworven hoe internationaal op te treden. Beth zag zich derhalve al snel terug als lid van de Nederlandse Onderwijs Commissie. Een korte tijd in 1954 was hij hier ook voorzitter van. Andere leden waren indertijd J.H. Wansink, H. Freudenthal en D. van Dantzig. Deze commissie was tot stand gekomen op initiatief van het Wiskundig Genootschap. Het Genootschap was hiertoe aangezet door de International Mathematical Union en de Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique [CIEM]. De CIEM was overigens een voortzetting van de al oudere Internationale Mathematische Unterrichts Kommission [IMUK]. De indertijd door onder anderen F. Klein opgerichte IMUK werd in 1952 heropgericht.⁴¹ De Nederlandse Onderwijscommissie was een onderafdeling van die CIEM. Het doel van de Nederlandse Onderwijscommissie lag in de omschrijving van de plaats van de wiskunde en wiskundigen in de samenleving en van de wiskunde, die aan 16 – 21 jarigen toegediend zou moeten worden

In 1954 had deze Nederlandse Onderwijscommissie een bijzondere taak, namelijk het verzorgen van de afdeling onderwijs binnen sectie 7 (filosofie, geschiedenis en onderwijs) van het in Amsterdam te houden internationale wiskundecongres. Beth zelf had er weinig trek in om al te veel met de organisatie van het wiskundecongres te maken te hebben.⁴² Hij was echter al uitgenodigd voor lidmaatschap van de comités van de secties 6 (logica en grondslagen) en 7, voor sectie 7 zelfs als ‘samenroeper’.⁴³ Daarnaast was Beth voor de gehele sectie 7 voorzitter, en werd hierin door Dijksterhuis als secretaris bijgestaan. Hij had op dat moment ook te maken met de organisatie van een direct aan het wiskundecongres voorafgaande Amsterdamse bijeenkomst van de Association for Symbolic Logic en had daarna te spreken op de Poincaré-herdenking. Een taak voor de afdeling onderwijs bestond ook uit bijstand verlenen aan de inrichting van een tentoonstelling van schoolboeken in het laboratorium voor propaedeutische zoölogie in de Plantage Doklaan (Artis).⁴⁴

Na het wiskundecongres had Beth evenwel door zijn vele beslommingen er geen trek meer in nog langer lid te blijven van de Onderwijs Commissie. Op 28 oktober 1954 legde hij het voorzitterschap neer en zegde zijn lidmaatschap op.⁴⁵ H. Freudenthal nam daarop het voorzitterschap voorlopig over. Op de vergadering van 25 november 1954

⁴¹Brief J.H. Wansink – Beth (en Dijksterhuis), 13.VII.1953, (Arnhem). In 1954 waren A. Châtelet (Parijs) voorzitter, H. Behnke (Münster) secretaris en Kurepa (Zagreb) vice-voorzitter. De geschiedenis van diverse onderwijsorganisaties is gehaald uit ontwerp brief (subsidieaanvraag) Nederlandse Onderwijscommissie (Wansink secretaris, Beth voorzitter) – Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, 1954, (Arnhem) [gedateerd op bijschrift van 16.III.1954].

⁴²Brief Beth – E.J. Dijksterhuis, 30.VII.1953.

⁴³In de brief Beth – E.J. Dijksterhuis, 30.VII.1953 was sprake van de secties 5 en 6, dit werden uiteindelijk de secties 6 (=5) en 7 (=6).

⁴⁴Protocol (N.G. de Bruijn, E.W. Beth), Amsterdam, 6.VII.1954. De tentoonstelling van wiskundeboeken werd door A. Cardot (conservator van het Musée Pédagogique te Parijs) ingericht. De Nederlandse bijdrage hieraan werd verzorgd door J.C.H. Gerritsen. Zie Persbericht 2 (door Wansink?), [in Beth-archief].

⁴⁵Brief Beth – J.F. Koksmas, 28.X.1954.

nam men tenslotte het indertijd door Beth en Wansink opgestelde reglement aan.⁴⁶

Naast het werk aan de Nederlandse Onderwijscommissie viel Beth ook aan te treffen onder de oprichters van de 'International Commission for the Study and Improvement of the Teaching of Mathematics'. Deze commissie was opgericht tijdens het derde 'International seminar on the teaching of mathematics', dat in augustus 1951 in Zwitserland gehouden werd. Behalve Beth werden verder uit Nederland L.N.H. Bunt en H. Freudenthal tot de oprichters gerekend.⁴⁷ De commissie wilde mensen van allerlei achtergrond — wiskundigen, psychologen, historici, filosofen — bijeenbrengen om tezamen voor de diverse stadia van het kinderleven en voor de behoeften van de maatschappij geschikt wiskunde-onderwijs op te zetten. Voor het in 1954 te houden congres heeft Beth in Nederland nog getracht een plaats te zoeken. Het werd Oosterbeek met als thema 'Les mathématiques modernes à l'école'.⁴⁸

Al met al blijkt dat men zo nu en dan geconfronteerd wordt met veranderingen in het wiskunde-onderwijs. Beth had actief en passief hiermee te maken. Zeker bij de verandering van leerstof is de houding en de kennis van de onderwijsgegenden van belang. In Nederland — althans in de jaren vijftig van de vorige eeuw — had men volgens Beth de neiging het bij een verandering van het onderwijsprogramma aan de leraren over te laten, dit in tegenstelling tot andere landen waar men herscholingscursussen placht te geven. Een voorbeeld hiervan werd door België geleverd met de vervolmakingscursussen, waaraan ook door Beth bijdragen geleverd zijn. In Beths tijd waren de meeste leraren in de eerste plaats opgevoed binnen de kritische wiskunde en minder binnen de abstracte wiskunde. Dit zou moeilijkheden met zich mee kunnen brengen bij verandering van de leerstof in de richting van abstractere wiskunde.⁴⁹

Wij hebben kunnen zien dat de behoefte van intuïtionist en klassiek wiskundige op bepaalde punten kunnen uiteenlopen: zeker ten opzichte van het abstractievermogen, formaliseren en eenvormige taalbeheersing komt dit tot uiting. Hier zullen de wegen van Beth en Dick zeker anders zijn geweest. Ook verschillend is Dick's zin om buiten te vertoeven en te wandelen, Beth gaf hier niets om.⁵⁰ In dit opzicht gedraagt Dick zich meer als een intuïtionist hoewel hij nog niet in bomen klimmend en in landloperstenue is aangetroffen zoals zijn Blaricumse voorganger.⁵¹

Referenties

Beth, E.W. (1935), *Rede en aanschouwing in de wiskunde*, Noordhoff, Groningen. (VIII+ 120 pp.). (dissertatie 5-11-1935, Rijks Universiteit van Utrecht).

⁴⁶Ontwerp reglement én brief dienaangaande Beth – J.H. Wansink, 25.X.1954. Uiteindelijke reglement: zie notulen van de 4e bijeenkomst Nederlandse Onderwijscommissie, 25.XI.1954, te Utrecht [in Beth-archief].

⁴⁷Onder de andere oprichters telde men F. Gonseth, J. Piaget, R.L. Goodstein en C. Gattegno. Vooral met Gattegno voerde Beth over deze zaak correspondentie.

⁴⁸Van 27 augustus tot 1 september 1954

⁴⁹(Beth, 1962/63).

⁵⁰Naar een mondeling mededeling van Beths zusters.

⁵¹Bomenklimmen: (van Dalen, 2001, p. 473); landloperstenue: brief L.E.J. Brouwer – C.S. Adama van Scheltema, 3.XII.1909, (Blaricum), [Nederlands Letterkundig Museum, (Den Haag)].

- Beth, E.W. (1937/38), 'Doel en zin van het meetkunde-onderwijs', *Euclides* **14**, 236–241.
- Beth, E.W. (1939/40), 'De psychologische argumenten en richtlijnen voor de vernieuwing van het onderwijs in de wiskunde', *Euclides* **16**, 236–243. (Verslag van de vergadering van de wiskundewerkgroep van de werkgemeenschap tot vernieuwing van onderwijs en opvoeding (27 november 1937), Sterrewacht Utrecht).
- Beth, E.W. (1951), 'Techniek, kind der logika, Einstein-prijs voor Kurt Gödel', *Elseviers Weekblad*. 14 april 1951.
- Beth, E.W. (1958), Didactische consequenties van het exact-wetenschappelijk grondslagenonderzoek, in 'De grondslagen van de exacte wetenschappen, Methodische en didactische aspecten', Groningen, pp. 5–13. Verslag van het 12e Congres van leraren in de Wiskunde en Natuurwetenschappen, Utrecht, (14 april 1958).
- Beth, E.W. (1962/63), 'Logische en denkpsychologische aspecten van de vernieuwing van het wiskundeonderwijs', *Euclides* **38**, 179–187. (lezing vacatiecursus Mathematisch Centrum Amsterdam (1 september 1962) en 'abstract' van de lezing.).
- Beth, E.W. & Piaget, J. (1961), *Epistémologie mathématique en psychologie, Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle*, Presses Universitaires de France, Paris.
- Beth, H.J.H. (1934/35), 'Boekbespreking van 'H. Turkstra, *Psychologisch-didactische problemen bij het onderwijs in de wiskunde aan de middelbare school*, (Wolters), Groningen", *Euclides* **11**, 87–90.
- Bouman, P.J. & van der Zalm, J.C. (1922), *De rekenkundige denkbaarheden in logische samenhang*, Amsterdam.
- Bunt, L.N.J. (1954), *Van Ahmes tot Euclides*, Wolters, Groningen.
- Buter, E.M. (1963), *Cybernoegenese: een beschrijving steunend op analyse van op beheersing van formele structuren gericht onderwijs in de biologie*, number 8 in 'Paedagogica didactica', Wolters, Groningen. (dissertatie, Amsterdam).
- van Dalen, D. (2001), *L.E.J. Brouwer 1881–1966, Een biografie*, Bert Bakker, Amsterdam.
- Freudenthal, H. (1987), *NRC-Handelsblad*. 13 oktober 1987.
- de Jongh, D.H.J. (1968), *Investigations on the intuitionistic propositional calculus*, number 69-894, University Microfilms, Inc., Ann Arbor, Michigan. (dissertatie University of Winconsin).
- Mendelson, E. (1969), 'recensie van Beth, Piaget, epistémologie.... (1961)', *Zentralblatt f. Mathematik* **165**, 301–302.
- Tarski, A. (1946), *Introduction to logic and the methodology of deductive sciences*, 2 (revised) edn, Oxford University Press, New York. (translated by O. Helmer).